

1 Velta sexstrendings¹

Við athugum langan, gegnheilan og reglulegan sexstrending svipaðan venjulegum blýanti. (mynd 1.1). Massi strendingsins er M og dreifist jafnt um hann. Lengd hvarrar hliðar í sexhyrningnum sem myndar þversnið strendingsins er a . Hverfitregða (moment of inertia) sexstrendingsins um miðjuás hans er

$$I = \frac{5}{12}Ma^2 \quad (1.1)$$

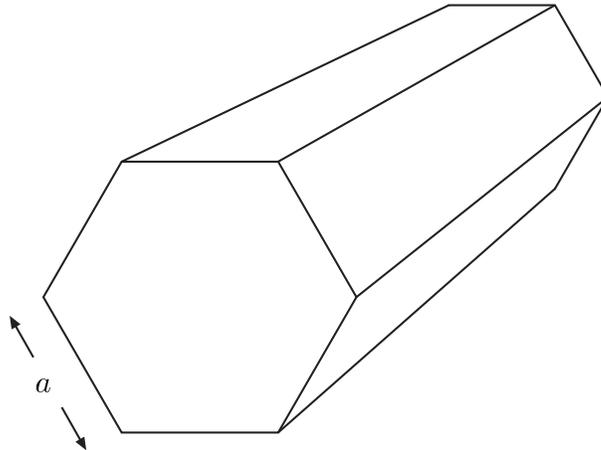


Figure 1.1: *Gegnheill sexstrendingur með þversniði reglulegs sexhyrnings.*

Hverfitregðan um kant sexstrendingsins er hins vegar

$$I' = \frac{17}{12}Ma^2 \quad (1.2)$$

a) (3,5 stig) Strendingurinn liggur í upphafi kyrr með ásinn láréttan á skáborði sem myndar hornið θ við lárétta stefnu (mynd 1.2). Við gerum ráð fyrir að hliðarfletir strendingsins séu örlítið íhvolfir þannig að strendingurinn snerti skáborðið aðeins á köntunum. Þetta hefur hins vegar hverfandi áhrif á hverfitregðu strendingsins. Nú er ýtt við strendingnum og hann byrjar að velta í rykkjum niður eftir skáborðinu. Gerið ráð fyrir að núningur komi í veg fyrir að strendingurinn renni til og að hann losni ekki heldur frá borðinu í þessari hreyfingu. Hornhraðinn rétt áður en tiltekinn kantur skellur á skáborðinu er ω_i en hornhraðinn rétt eftir skellinn er ω_f .

Sýnið að hægt sé að skrifa

$$\omega_f = s\omega_i \quad (1.3)$$

og ritið gildið á stuðlinum s á svarblaðið.

b) (1 stig) Hreyfiorka strendingsins fyrir og eftir skell er á sama hátt táknuð með K_i og K_f .

¹Höfundar: Leó Kristjánsson og Þorsteinn Vilhjálmsson

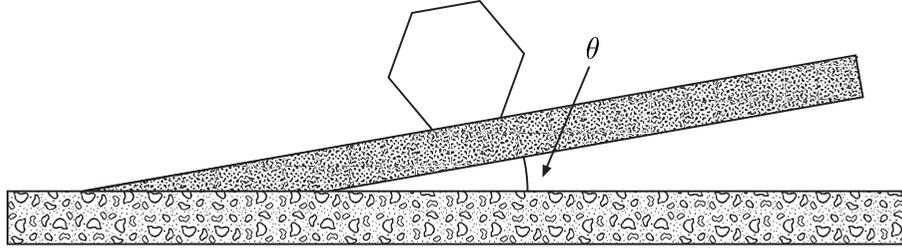


Figure 1.2: Reglulegur sexhyrningur á skáborði.

Sýnið að við getum ritað

$$K_f = rK_i \quad (1.4)$$

og skrifið gildið á stuðlinum r á svarblaðið.

c) (1,5 stig) Til þess að næsti skellur verði þarf K_i að vera stærri en lágmarksgildi $K_{i,min}$ sem hægt er að skrifa sem

$$K_{i,min} = \delta Mga \quad (1.5)$$

þar sem $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ er þyngdarhröðunin.

Finndu stuðulinn δ táknaðan við hallahornið θ og stuðulinn r . Skrifaðu svar þitt á svarsblaðið. (Notaðu algebrutáknið r , ekki gildið).

d) (2 stig) Ef skilyrðinu í lið (c) er fullnægt, nálgast hreyfiorkan K_i fast gildi $K_{i,0}$ þegar strendingurinn veltur niður eftir skáborðinu.

Að því gefnu að markgildið sé til, sýndu að skrifa megi $K_{i,0}$ sem:

$$K_{i,0} = \kappa Mga \quad (1.6)$$

og skrifaðu stuðulinn κ , táknaðan við θ og r , á svarsblaðið.

e) (2 stig) Reiknaðu út, með óvissu innan við $0,1^\circ$, lágmarksgildið θ_0 sem hornið θ þarf að hafa til þess að skrykkjótt velta haldi endalaust áfram ef hún hefur einu sinni byrjað. Skrifaðu svar þitt sem tölu á svarblaðið.