3 Hraðar en ljósið?[3]

Þetta verkefni snýst um að greina og túlka mælingar sem gerðar voru árið 1994 á útvarpsgeislun frá samsettri uppsprettu í vetrarbraut okkar.

[3] Höfundar: Einar Guðmundsson, Knútur Árnason og Þorsteinn Vilhjálmsson

Viðtækið var stillt á breiðan borða (band) útvarpsbylgna með bylgjulengd sem nemur nokkrum cm. Mynd 3.1 sýnir í röð hvernig uppsprettan leit út á mismunandi tímum. Útlínurnar sýna fastan geislunarstyrk svipað og hæðarlínur á landakorti. Hágildin tvö á hverri mynd í röðinni eru túlkuð þannig að þau sýni tvo hluti sem hreyfist burt frá sameiginlegri miðju sem er sýnd með krossum á myndunum. Gert er ráð fyrir að miðjan sé kyrrstæð í geimnum. Hún sendir einnig frá sér mikla geislun en einkum þó á öðrum bylgjulengdum. Mælingarnar sem eru merktar mismunandi dögum voru allar gerðar á sama tíma dags.

Mælikvarðinn á myndinni er sýndur með línustriki sem táknar eina bogasekúndu (as; 1 as = 1/3600 úr gráðu). Fjarlægð himinhnattarins sem táknaður er með krossi á miðju myndarinnar er áætluð sem $R = 12.5$ kpc. Eitt kílóparsec (kpc) er $3.09{\cdot}10^{19}$ m. Hraði ljóssins er $c = 3.00{\cdot}10^{8}$ m/s. Ekki er þörf á óvissureikningum í lausn þessa verkefnis.

a) (2 stig) Við getum lýst stöðu útvarpsbylgjugjafanna tveggja, miðað við hina sameiginlegu miðju, með tveimur hornum sem við köllum $\theta_1(t)$ og $\theta_2(t)$. Lágvísirinn 1 vísar þá til bylgjugjafans sem fer til vinstri á myndinni en 2 til þess sem fer til hægri. Bókstafurinn t táknar tímann þegar athugun er gerð. Hornhraðarnir miðað við jörð eru ω_1 and ω_2. Til þeirra svara tilteknir línulegir þverhraðar hvors bylgjugjafa um sig og eru þeir táknaðir með $v'_{1,\perp}$ og $v'_{2,\perp}$.

Gerðu línurit eftir mynd 3.1 til að finna tölur um ω_1 og ω_2 í millíbogasekúndum á sólarhring (mas/d). Ákvarðaðu einnig $v'_{1,\perp}$ og $v'_{2,\perp}$ í tölum, og skrifaðu öll svörin á svarblaðið. (Sumar niðurstöður kunna að koma þér á óvart).

b) (3 stig) Til að leysa úr ráðgátunni sem kom upp í lið (a) skulum við athuga ljósgjafa sem hreyfist með hraðanum $\vec{v}$ sem myndar hornið ϕ ($0 \leq \phi \leq \pi$) við stefnuna til fjarlægs athuganda O (mynd 3.2). Ferð ljósgjafans (speed) má skrifa sem $v = \beta c$, þar sem c er ljóshraðinn. Athugandinn mælir fjarlægð ljósgjafans sem R og hornhraðann sem ω. Línulegur hraði þvert á sjónlínu mælist sem $v'_\perp$.

Finndu stærðirnar ω og $v'_\perp$ táknaðar við β, R og ϕ og skrifaðu svörin á svarblaðið.

c) (1 stig) Við gerum ráð fyrir að hlutirnir tveir, sem þeytast burt frá miðjunni eins og lýst er í inngangi og í lið (a), hreyfist í gagnstæðar áttir með sömu ferð $v = \beta c$. Niðurstöður úr lið (b) gera okkur þá kleift að reikna β og ϕ út frá hornhröðunum ω_1 and ω_2 og fjarlægðinni R. Hér táknar ϕ hornið eins og það er skilgreint í lið (b), fyrir hlutinn sem fer til vinstri og samsvarar því lágvísinum 1 í lið (b).

Leiddu út jöfnur um stærðirnar β and ϕ táknaðar við þekktar stærðir. Ákvarðaðu tölugildin út frá gögnunum í lið (a). Skrifaðu svörin í þar til gerða reiti á svarblaðinu.

d) (2 stig) Skoðum nú aftur einn hlut á hreyfingu eins og í lið (b). Finndu skilyrðið fyrir því að sýndarhraðinn þvert á sjónlínu, $v'_\perp$, sé meiri en ljóshraðinn c.

Skrifaðu skilyrðið á forminu $\beta > f(\phi)$ og skrifaðu jöfnu um fallið f á svarblaðið.

Teiknaðu á millímetrapappír svæðið í (β, ϕ)-sléttunni sem hefur eðlisfræðilega þýðingu. Sýndu með skyggingu á myndinni á hvaða hluta þessa svæðis skilyrðið $v'_\perp > c$ gildir.

e) (1 stig) Við athugum enn hreyfingu eins hlutar eins og í liðum (b) og (d). Finndu jöfnu um hágildið $(v'_\perp)_{max}$ fyrir sýndarþverhraðann $v'_\perp$ þegar β er gefið. Skrifaðu svarið í reitinn á svarblaðinu. Taktu eftir því að þessi hraði vex takmarkalaust þegar $\beta \to 1$.

f) (1 stig) Matið á fjarlægðinni R sem getið er í inngangi er ekki sérlega áreiðanlegt.

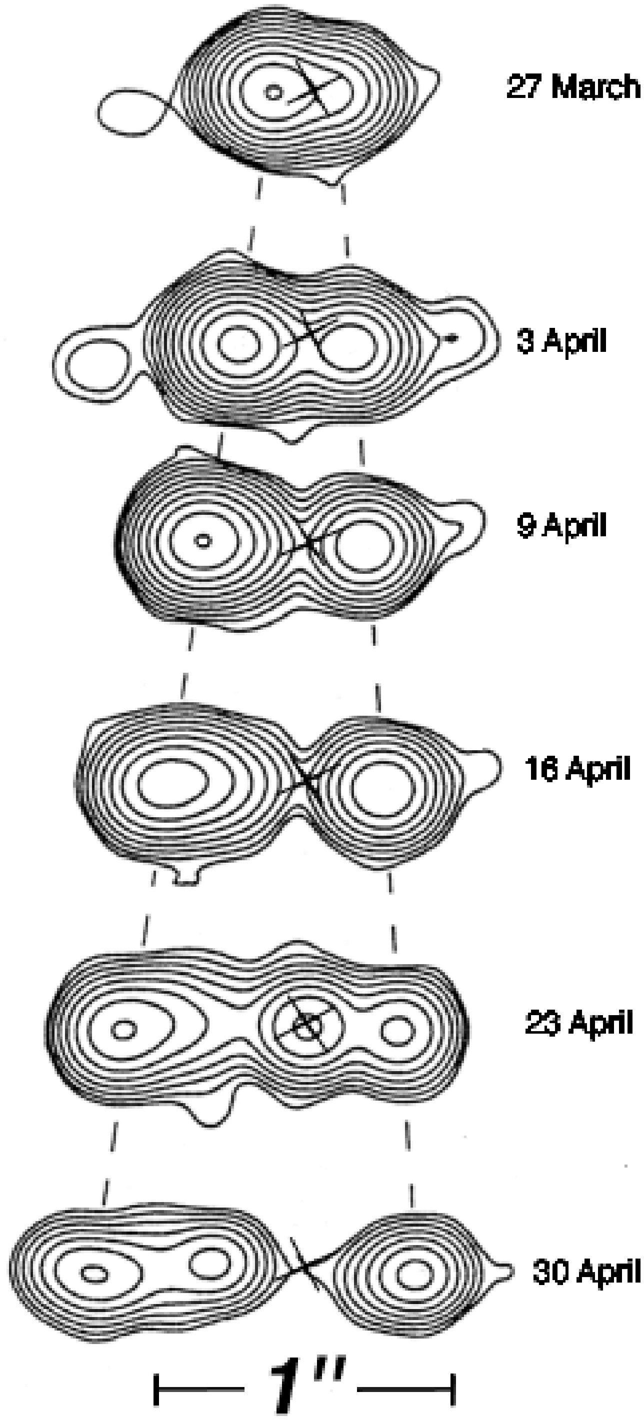

Figure 3.1: *Útvarpsgeislun frá uppsprettu í vetrarbraut okkar.*

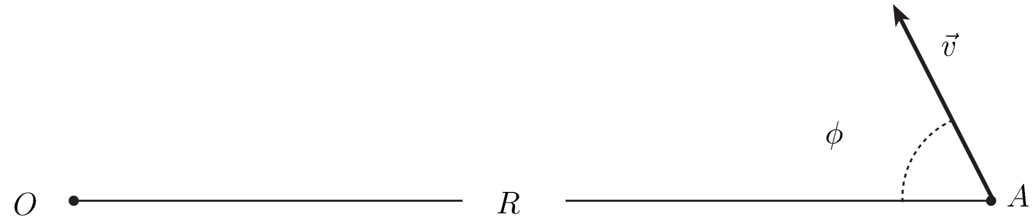

Figure 3.2: *Athugandinn er í O og ljósgjafinn er upphaflega í punktinum A. Hraðavigurinn er $\vec{v}$.*

Vísindamenn hafa þess vegna farið að velta fyrir sér betri og beinni aðferð til að ákvarða R. Ein hugmynd um þetta verður rakin hér á eftir. Við gerum ráð fyrir að við getum borið kennsl á og mælt geislun frá hlutunum tveimur sem hefur upphaflega bylgjulengdina λ_0 í kyrrstöðukerfi hlutarins en birtist athuganda með bylgjulengdunum λ_1 og λ_2 vegna Doppler-hrifa.

Gerðu ráð fyrir, eins og áður, að báðir hlutirnir hafi sömu ferð v. Notaðu jöfnuna um Doppler-hrif samkvæmt afstæðiskenningunni,

$$\lambda = \lambda_0(1 - \beta\cos\phi)(1 - \beta^2)^{-1/2}, \tag{3.1}$$

til að sýna að tákna má óþekktu stærðina $\beta = v/c$ við λ_0, λ_1, og λ_2 sem

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{\alpha\,\lambda_0^2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}}\ . \tag{3.2}$$

Skrifaðu tölugildi stuðulsins α í þar til gerðan reit á svarblaðinu.

Þú getur tekið eftir því að þetta þýðir að bylgjulengdarmælingarnar sem stungið er upp á gefa í reynd af sér nýtt mat á fjarlægðinni.